

รากฐานของคอปูลา

Foundations of Copulas



ทรงเกียรติ สุเมธกิจการ



สารบัญ

สารบัญ	iii
สารบัญรูป	vii
สารบัญตาราง	ix
สัญลักษณ์	xi
1 ปฏิภูมิความน่าจะเป็น	1
1.1 ปฏิภูมิตัวอย่างและเหตุการณ์	2
1.2 การกำหนดค่าความน่าจะเป็น	5
1.3 ปฏิภูมิความน่าจะเป็น	7
1.4 ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข	16
◇ กฎของเบส์	17
1.5 ความอิสระต่อกันของเหตุการณ์	18
1.6 การทอยเหรียญนันต์ครั้ง	21
แบบฝึกหัด	26
2 ตัวแปรสุ่มและการแจกแจง	29
2.1 ตัวแปรสุ่ม	29
2.2 การแจกแจง	34
2.3 ตัวแปรสุ่มวิยุต	38
◇ การแจกแจงวิยุตพื้นฐาน	41

2.4	ตัวแปรสุ่มต่อเนื่อง	42
	◇ การแจกแจงต่อเนื่องพื้นฐาน	47
2.5	ค่าคาดหวังและความแปรปรวน	47
	แบบฝึกหัด	57
3	เวกเตอร์สุ่มและการแจกแจงร่วม	59
3.1	เวกเตอร์สุ่มและฟังก์ชันการแจกแจงร่วม	59
3.2	ฟังก์ชันความน่าจะเป็นร่วมและฟังก์ชันความหนาแน่นความน่าจะเป็นร่วม	64
3.3	ค่าคาดหวังและความแปรปรวนร่วม	68
	แบบฝึกหัด	72
4	ความอิสระต่อกันและการขึ้นต่อกันอย่างสมบูรณ์	75
4.1	ความอิสระต่อกันของตัวแปรสุ่ม	76
4.2	กฎศูนย์หนึ่งของคอลมอกอโรฟ	84
4.3	การขึ้นต่อกันอย่างสมบูรณ์ของสองตัวแปรสุ่ม	88
	แบบฝึกหัด	90
5	ค่าคาดหวังแบบมีเงื่อนไข	91
5.1	กรณีวิยุต	91
5.2	กรณีทั่วไป	95
5.3	ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข : กรณีทั่วไป	100
	แบบฝึกหัด	102
6	ทฤษฎีบทลิมิตดั้งเดิม	103
6.1	กฎว่าด้วยจำนวนมาก	104
6.2	ทฤษฎีบทแนวโน้มนำเข้าสู่ศูนย์กลาง	111
	แบบฝึกหัด	113
7	กระบวนการมาร์คอฟ	115
7.1	ลูกโซ่มาร์คอฟ	116
7.2	กระบวนการมาร์คอฟ	125
	แบบฝึกหัด	127
8	คอปูลาและเมเชอร์สโตแคสติกคู่	129
8.1	คอปูลา	129
8.2	เมเชอร์สโตแคสติกคู่	133
8.3	ทฤษฎีบทของสกลาร์	135
8.4	คอปูลาการขึ้นต่อกันอย่างสมบูรณ์	140

แบบฝึกหัด	144
9 การสร้างและการประมาณคอปูลา	147
9.1 วิธีการผกผัน	147
9.2 วิธีเชิงพีชคณิต	148
◇ ผลบวกคูณ	148
◇ ผลบวกอันดับ	150
◇ คอปูลาอาร์คิมิดีส	151
9.3 วิธีเชิงเรขาคณิต	153
◇ วิธีปะติด	153
9.4 การประมาณคอปูลา	155
◇ นอร์มเอกรูป	155
◇ นอร์มโซโบลอฟต์ดัดแปลง	156
9.5 ฟังก์ชันคอปูลาเชิงการทดลอง	158
แบบฝึกหัด	161
10 การสอดคล้องกันและการขึ้นต่อกัน	163
10.1 ตัววัดการสอดคล้องกัน	164
◇ ค่าทาวแบบเคนดอลล์	165
◇ ค่าโรห์แบบสเปียร์แมน	170
◇ ค่าเบต้าแบบบลอมควิสต์	174
◇ ความสัมพันธ์ระหว่าง τ และ ρ	175
10.2 ตัววัดการขึ้นต่อกัน	177
◇ ตัววัดการขึ้นต่อกันแบบชไวเซอร์และวูล์ฟ	178
◇ ตัววัดการขึ้นต่อกันแบบเรนยี	180
◇ ตัววัดการขึ้นต่อกันและกันอย่างสมบูรณ์	181
แบบฝึกหัด	184
11 การคูณของคอปูลา	185
11.1 สมบัติของการคูณ	185
◇ สมบัติเชิงพีชคณิต	186
◇ สมบัติเชิงวิเคราะห์	192
11.2 ความสัมพันธ์กับกระบวนการมาร์คอฟ	195
11.3 การสร้างคอปูลาโดยการคูณ	197
◇ การสับเปลี่ยนของคอปูลา	197
◇ การจำแนกคอปูลาโดยการแปลงคงเมเชอร์	201
แบบฝึกหัด	202

12	ตัวดำเนินการมาร์คอฟ	205
12.1	บทนิยามและสมบัติเบื้องต้น	206
12.2	ภาวะสมสัณฐานกับคอปูลา	208
12.3	ความสัมพันธ์กับค่าคาดคะเนแบบมีเงื่อนไข	212
12.4	การลู่เข้าของตัวดำเนินการมาร์คอฟ	213
	แบบฝึกหัด	217
13	คอปูลาไร้อะตอม	219
13.1	ความละเอียดของพีชคณิตซิกมา	220
13.2	คอปูลานิพล	222
13.3	คอปูลาไร้อะตอม	225
13.4	คอปูลาแยกตัวประกอบได้	229
	แบบฝึกหัด	233
14	หัวข้องานวิจัยต่อไป	235
14.1	มิติรายจุดของคอปูลา	235
14.2	คอปูลาสอดขีด	237
14.3	คอปูลาการขึ้นต่อกันโดยปริยาย	237
14.4	คอปูลาแยกตัวประกอบได้กับตัววัดการขึ้นต่อกัน	238
	เอกสารอ้างอิง	239